

מכניקה קלאסית

פרק 9 - כוח גרר וכוח ציפה

תוכן העניינים

1. כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן..... 1
2. כוח ציפה..... 2
3. כוח סטוקס..... (ללא ספר)..... 3
4. תרגיל - כדור נזרק לבריכה..... 3
5. תרגילים מסכמים..... 4

כוח גרר, הסבר ודוגמה עם צנחן

רקע

כוח גרר הוא כוח מהצורה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

שאלות



1) הסבר ודוגמה עם צנחן

צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח.

נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא: $\vec{F} = -k\vec{v}$.

א. מצא את משוואת התנועה של הצנחן.

ב. מצא את המהירות הסופית.

ג. מצא את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } \sum F_y = ma_y \quad \text{ב. } v_{yfinal} = \frac{mg}{k} \quad \text{ג. } v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

כוח ציפה

רקע

כוח ציפה – כוח הפועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho V g$$

כאשר ρ היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

כוח סטוקס – כוח הפועל על כדור הנע בנוזל

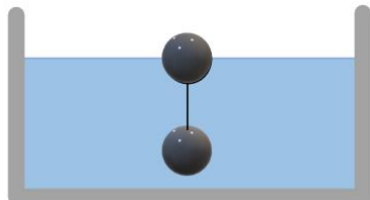
$$\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{v}$$

כאשר η היא צמיגות הנוזל, R הוא רדיוס הכדור ו- $\vec{v}$ הוא וקטור המהירות.

שאלות

(1) שני כדורים קשורים בחוט בתוך המים

שני כדורים בעלי נפח זהה $V = 20 \text{ c.m}^3$ קשורים בחוט זה לזה. מניחים את הכדורים במים ולאחר זמן רב רואים שהמערכת התייצבה כך שכדור 1 נמצא כולו בתוך המים ורק חצי מנפחו של כדור 2 שקע לתוך המים, ראה איור.



המסה של כדור 1 גדולה פי 4 מזו של כדור 2.

א. מהי המסה של כל כדור?

ב. מהי צפיפות המסה של כל כדור?

תשובות סופיות

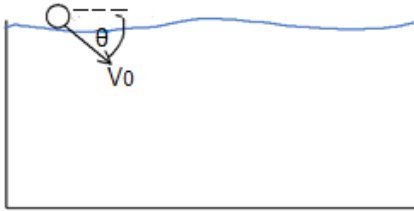
$$(1) \quad \text{א. } m_1 = 24 \text{ gr}, m_2 = 6 \text{ gr} \quad \text{ב. } \rho_1 = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}, \rho_2 = 0.3 \frac{\text{gr}}{\text{c.m}^3}$$

כדור נזרק לבריכה:

שאלות:

1) כדור נזרק לבריכה

כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית v_0 בזווית θ עם פני המים. נתונים:



צמיגות המים - η .

רדיוס הכדור - R .

מהירות התחלתית - v_0 .

צפיפות המים - ρ_w .

צפיפות הכדור - ρ_b .

א. רשמו את משוואת התנועה של הכדור.

ב. מצאו את המהירות הסופית של הכדור.

ג. מצאו את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם $\rho_b < \rho_w$.

תשובות סופיות:

$$1) \text{ א. משוואות התנועה הן: } C - kv_y = m \frac{dv_y}{dt} \text{ ו- } -kv_x = m \frac{dv_x}{dt}$$

$$\text{כאשר: } k = 6\pi\eta R, C = (\rho_b - \rho_w)g \frac{4\pi R^3}{3}, m = \rho_b \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\text{ב. } v_{y \text{ final}} = \frac{C}{k}, v_{x \text{ final}} = 0$$

$$\text{ג. } y_{\max} = \frac{mC}{k^2} \left[\frac{v_0 k}{C} \sin \theta - \ln \left(\frac{C}{C - kv_0 \sin \theta} \right) \right]$$

תרגילים מסכמים:

שאלות:

(1) כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה M נע על מישור אופקי במהירות התחלתית v_0 ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא μ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר $f = -\alpha v$, α קבוע. א. מצא את משוואת הכוחות על הגוף. ב. מהי מהירות הגוף בכל רגע? ג. מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע $t = 0$ מיקום הגוף הוא x_0 .

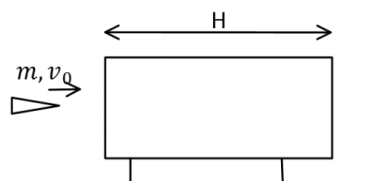
(2) רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ"שני, מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר $F = -4000N - 600 \frac{N \cdot s}{m}$ פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

(3) כוח גרר ריבועי במהירות

- במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא: $F_d = kv^2$. א. מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב. זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א. ב. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה? ג. מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

(4) כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית



- קליע בעל מסה m נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי H המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע v_0 וביציאה v_1 . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח מתכונתי למהירות בשלישית $f = -kv^3$ (קבוע). נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.

- א. מצא את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.
 ב. מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?
 ג. מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל- $\frac{m}{kv_0^2}$?
 ד. בטא את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.

(5) צוללת

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מ"שני.
 ברגע מסוים, הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה
 בנתון בביטוי: $\vec{F} = -(\lambda v^2) \hat{v}$, כאשר $\hat{v}$ זה וקטור היחידה בכיוון התנועה.
 זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה.
 נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.
 א. מהי מהירות הצוללת כפונקציה של זמן?
 ב. חשב את הקבוע λ .
 ג. מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

(6) סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מ"שני ומואטת על ידי כוח
 חיכוך הנתון בנוסחה: $\vec{F} = -2e^{0.5v} \hat{v}$. יחידות המידה mks, v מהירות הגוף.
 הנח שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.
 א. כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?
 ב. מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

תשובות סופיות:

$$\sum F_x = ma \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \left(-\mu g + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) \frac{m}{\alpha} \quad (1)$$

$$x(t) = \frac{m}{\alpha} \left((-\mu g)t + \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \left(\frac{1}{-\frac{\alpha}{m}} \right) e^{-\frac{\alpha}{m} t} \right) + C, \quad C = x_0 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 \left(\mu g + \frac{\alpha}{m} v_0 \right) \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$x(t) \approx 6.1 \text{ km} \quad (2)$$

$$a = \frac{3}{4} g \quad \text{ג.} \quad a = \frac{5}{4} g \quad \text{ב.} \quad v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$x(t) = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}} - \frac{m}{kv_0} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2k}{m} t + \frac{1}{v_0^2}}} \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$v(t) = \frac{1}{\frac{kH}{m} + \frac{1}{v_0}} = v_2 \quad \text{ד.} \quad v(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2kt}{m}}} \quad \text{ג.}$$

$$\Delta x = 1.39 \cdot 10^3 \text{ m} \quad \text{ג.} \quad \lambda = 20 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{ב.} \quad v(t) = \frac{1}{0.1 + 10^{-3} t} \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$v\left(t = \frac{45.9}{2}\right) \approx 1.23 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad \text{ב.} \quad t = 45.9 \text{ sec} \quad \text{א.} \quad (6)$$